Tabelle 13.1
Fourier-Transformationspaare für ausgewählte Funktionen. $\delta()$ bezeichnet die Impuls- oder Dirac-Funktion (s. Abschn. 13.2.1).

Funktion	*Transformationspaar* $g(x)$ $G(\omega)$	*Abb.*
Kosinusfunktion mit Frequenz ω_0	$g(x) = \cos(\omega_0 x)$ $G(\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \big(\delta(\omega+\omega_0) + \delta(\omega-\omega_0)\big)$	13.3 (a,c)
Sinusfunktion mit Frequenz ω_0	$g(x) = \sin(\omega_0 x)$ $G(\omega) = \mathrm{i}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \big(\delta(\omega+\omega_0) - \delta(\omega-\omega_0)\big)$	13.3 (b,d)
Gauß-Funktion der Breite σ	$g(x) = \frac{1}{\sigma} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ $G(\omega) = e^{-\frac{\sigma^2\omega^2}{2}}$	13.4 (a,b)
Rechteckpuls der Breite $2b$	$g(x) = \Pi_b(x) = \begin{cases} 1 & \lvert x\rvert \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ $G(\omega) = \frac{2b\sin(b\omega)}{\sqrt{2\pi}\omega}$	13.4 (c,d)

Die Fouriertransformation eines **Rechteckpulses** (Abb. 13.4 (c,d)) ergibt die charakteristische „Sinc"-Funktion der Form $\sin(x)/x$, die mit zunehmenden Frequenzen nur langsam ausklingt und damit sichtbar macht, dass im ursprünglichen Rechtecksignal Komponenten enthalten sind, die über einen großen Bereich von Frequenzen verteilt sind. Rechteckpulse weisen also grundsätzlich ein sehr breites Frequenzspektrum auf.

13.1.6 Wichtige Eigenschaften der Fouriertransformation

Symmetrie

Das Fourierspektrum erstreckt sich über positive und negative Frequenzen und ist, obwohl im Prinzip beliebige komplexe Funktionen auftreten können, in vielen Fällen um den Ursprung symmetrisch (s. beispielsweise [16, S. 178]). Insbesondere ist die Fouriertransformierte eines reellwertigen Signals $g(x) \in \mathbb{R}$ eine so genannte *hermitesche* Funktion, d. h.

$$G(\omega) = G^*(-\omega), \tag{13.21}$$

wobei G^* den konjugiert komplexen Wert von G bezeichnet (s. auch Anhang 1.2).

Linearität

Die Fouriertransformation ist eine *lineare* Operation, sodass etwa die Multiplikation des Signals mit einer beliebigen Konstanten $a \in \mathbb{C}$ in gleicher Weise auch das zugehörige Spektrum verändert, d. h.

$$a \cdot g(x) \qquad a \cdot G(\omega). \tag{13.22}$$

Darüber hinaus bedingt die Linearität, dass die Transformation der Summe zweier Signale $g(x) = g_1(x) + g_2(x)$ identisch ist zur Summe der zugehörigen Fouriertransformierten $G_1(\omega)$ und $G_2(\omega)$: