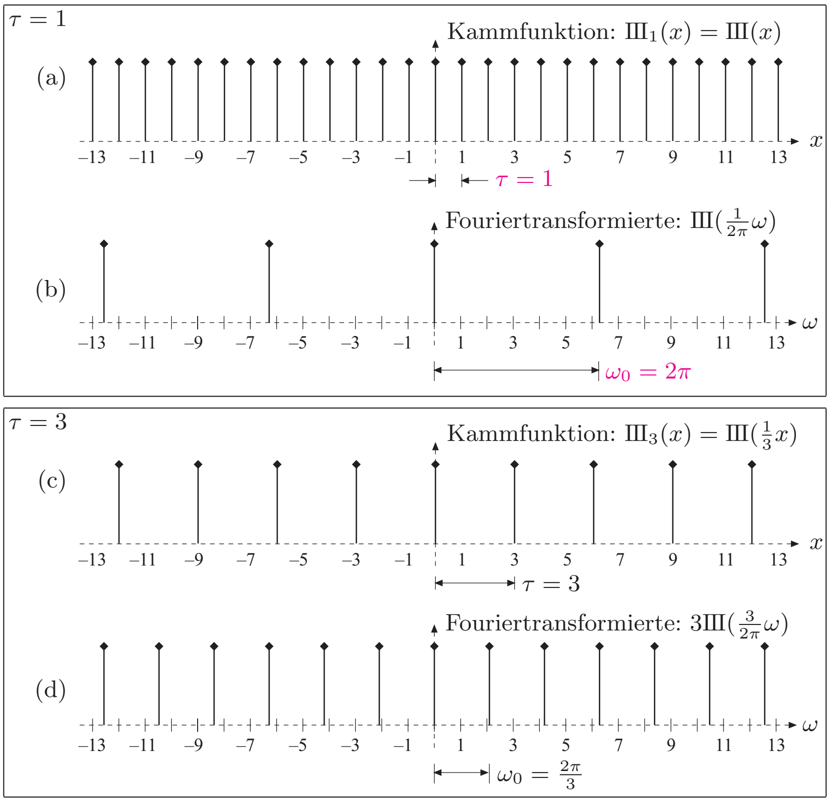

Abbildung 13.7
Kammfunktion und deren Fouriertransformierte. Kammfunktion $III_\tau(x)$ für das Abtastintervall $\tau = 1$ (a) und die zugehörige Fouriertransformierte (b). Kammfunktion für $\tau = 3$ (c) und Fouriertransformierte (d). Man beachte, dass die tatsächliche Höhe der einzelnen δ-Pulse nicht definiert ist und hier nur zur Illustration dargestellt ist.

ebenfalls die ursprüngliche Funktion $f(x)$, jedoch verschoben um die gleiche Distanz d:

$$f(x) * \delta(x-d) = f(x-d). \tag{13.41}$$

Das hat zur Folge, dass im Fourierspektrum des abgetasteten Signals $\bar{G}(\omega)$ das Spektrum $G(\omega)$ des ursprünglichen, kontinuierlichen Signals unendlich oft, nämlich an jedem Puls im Spektrum der Abtastfunktion, repliziert wird (Abb. 13.8 (a,b))!

Das daraus resultierende Fourierspektrum ist daher periodisch mit der Periodenlänge $\frac{2\pi}{\tau}$, also im Abstand der Abtastfrequenz ω_s.

Aliasing und das Abtasttheorem

Solange sich die durch die Abtastung replizierten Spektralkomponenten in $\bar{G}(\omega)$ nicht überlappen, kann das ursprüngliche Spektrum $G(\omega)$ – und damit auch das ursprüngliche, kontinuierliche Signal $g(x)$ – ohne Verluste aus einer beliebigen Replika von $G(\omega)$ aus dem periodischen Spektrum $\bar{G}(\omega)$ rekonstruiert werden. Dies erfordert jedoch offensichtlich (Abb. 13.8), dass die im ursprünglichen Signal $g(x)$ enthaltenen Frequenzen nach oben beschränkt sind, das Signal also keine Komponenten mit Frequenzen größer als $\omega_{\max}$ enthält. Die maximal zulässige Signalfrequenz